

вилась таблица хорд, содержащаяся в птолемеевом Альмагесте и составленная через каждые полградуса до дуги в 180°. Основанная на предшествовавших ей таблицах, она, несомненно, была более полной и точной, а так как синус какой-нибудь дуги есть половина хорды двойной дуги, то эта таблица играла ту же роль, какую играет таблица синусов дуг до 90°, составленная через каждую четверть градуса. Диаметр окружности принимается равным 120, хорды выражены по шестидесятиричной системе в целых, минутах и секундах, т. е. как и при общепринятой системе измерения углов — в дробях, имеющих знаменателями 60 и 60²; таким образом отношение хорд к диаметру дано в дробях с знаменателем 432 000. В целых интерполяции прибавлены тридцатые доли разностей между двумя последовательными хордами, доли, соответствующие дуговым разностям в одну минуту.

При вычислении этой таблицы Птолемей пользуется, главным образом, теоремой о вписанном четырехугольнике. С ее помощью можно непосредственно вычислить хорду суммы или разности двух дуг; таким путем можно было бы получить значение хорды двойной или половинной дуги, но Птолемей выводит это последнее значение из особенного построения, соответствующего нашей формуле

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}.$$

Исходя из известных хорд, можно вычислить таким путем хорды 1° 30' и 0° 45'; с помощью двух этих хорд вычисляют затем хорду дуги в 1° посредством своего рода интерполяции, основывающейся на том, что отношение хорды к дуге убывает вместе с возрастанием дуги, интерполяции, сводящейся к неравенствам:

$$\frac{\text{хорда } 0^{\circ} 45'}{0^{\circ} 45'} > \frac{\text{хорда } 1^{\circ}}{1^{\circ}} > \frac{\text{хорда } 1^{\circ} 30'}{1^{\circ} 30'}.$$

Птолемей дает изящное доказательство употребленной здесь геометрической теоремы, которой пользовался уже Аристарх. Но раз найдена хорда дуги в 1°, то с помощью птолемеевой теоремы можно последовательно вычислить все другие хорды.

Так как таблица хорд играет ту же роль, что и таблица синусов, то при желании можно, пользуясь этой таблицей и пифагоровой теоремой, вычислить любой элемент (сторону или угол) плоского прямоугольного треугольника, два других элемента которого (из коих один — это сторона) даны. Таким образом можно получить — хотя и с помощью довольно утомительных выкладок — все те результаты, к которым приводит плоская тригонометрия. В Альмагесте имеется ряд образчиков подобных вычислений, но астрономам было особенно важно уметь производить вычисления сферических треугольников, а для этого необходимо было раньше всего создать сферическую геометрию.

В приложениях своей таблицы Птолемей пользуется одним выражением для двух дуг x и y , сумму которых и отношение